

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

САНОСЯН ХНКАНОС НИКОГОСОВИЧ

МОДЕЛИРОВАНИЕ АДРОННЫХ КАСКАДОВ И КАЛОРИМЕТРИЯ
В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИЙ 0.1 - 100ТэВ

Специальность 01.04.16 - физика атомного ядра и элементарных частиц.

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

ЕРЕВАН - 1993

Технический редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать 27.07.93

Офсетная печать.

Зак. тип. 102

Формат 60x84x16

Тираж 100 экз.

Отпечатано в Ереванском физическом институте
Ереван-36, ул.Братьев Алиханян, 2.

Работа выполнена в Отделе космических лучей
Ереванского физического института.

Научные руководители:

доктор физико-математических наук, профессор
кандидат физико-математических наук

Э. А. Мамиджян
Ц. А. Амадуни

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
кандидат физико-математических наук

А. Р. Петросян (БАО АН РА)
С. В. Тер-Антонян (ЕрФИ)

Ведущая организация - Ереванский государственный университет.

Защита диссертации состоится 31 августа 1993г.
в 14 часов на заседании специализированного совета
Д.034.03.01 Ереванского физического института

Адрес: 375036, г. Ереван, ул. Бр. Алиханянов, 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ереванского
физического института.

Автореферат разослан 30 июля 1993г.

Ученый секретарь

специализированного совета,
кандидат физико-математических наук

В. А. Шахбазян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Калориметрия занимает центральное место в методике экспериментов физики высоких энергий последнего десятилетия благодаря следующим основным достоинствам:

а) С появлением новых ускорителей порядок энергий детектируемых частиц возрос от 10 до 100 ГэВ. Область энергий в исследованиях космических лучей - $10^2 \div 10^5$ ТэВ. С ростом энергии относительная ошибка измерения энергии калориметрическим методом уменьшается как $\frac{\sigma_E}{E} = \frac{\text{const}}{\sqrt{E}}$, в отличие от методов магнитного анализа и измерения трека частицы, где $\frac{\sigma_P}{P} = \text{const} \cdot P$.

б) При оптимальной поперечной и продольной сегментации калориметров можно восстановить координаты и углы начальной частицы. Длина калориметра с ростом энергии увеличивается лишь логарифмически:

$$L(95\%) = 3t_{\text{max}} = \frac{3 \cdot 180 \text{А} \cdot \ln E}{z^2} \quad \text{для электромагнитных ливней и}$$

$$L(95\%) = t_{\text{max}} + 2.5\lambda_{\text{int}} = [3.2 + 0.2 \ln E(\text{ГэВ})] \cdot 48 \text{А}^{0.25} \quad \text{для адронных ливней,}$$

в то время как для трековых детекторов продольные размеры растут как \sqrt{P} при заданной точности измерения энергии.

в) Калориметры обеспечивают достаточно широкий (2 - 3 порядка величины) диапазон измерения энергии.

г) Калориметры позволяют достаточно хорошо идентифицировать электроны, адроны и мюоны по различию в пространственном распределении энерговыделения.

д) Калориметры позволяют работать с высокой частотой повторения взаимодействий ($\sim 10^6 \text{с}^{-1}$), и в то же время они позволяют осуществлять выборочную регистрацию относительно редко встречающихся событий при помощи их топологии (струи или электроны с большой поперечной энергией, события с недостающей поперечной энергией и т.п.).

е) Заметная доля энергии взаимодействующих частиц уносится нейтральными частицами (γ , ν , $\bar{\nu}$, n , \bar{n} , K_L^0), которые незаметны для трековых камер и могут быть эффективно детектированы только в калориметрах.

Современная панорама физики высоких энергий такова, что грандиозные аналитические представления позволяют учитывать с большой точностью тончайшие эффекты, а экспериментальная аппаратура становится все более сложной (и дорогостоящей), имея своей целью получение как можно большей информации и ее быстрой обработки. Эта ситуация побуждает

исследованию и созданию аппаратурных средств, дающих возможность при помощи теории и моделирования воспроизвести аналогичные эффекты. Такое моделирование легче всего осуществить методом Монте-Карло. Метод Монте-Карло дает возможность моделировать любой случайный процесс. В этом смысле метод является по сути численным экспериментом, в котором, используя известные алгоритмы получения случайных чисел на ЭВМ с заданным распределением, можно создать математическую модель данного физического процесса, которая в пределах принятых приближений будет эквивалентна реальному.

Вышеизложенное подтверждает **актуальность** калориметрии и моделирования методом Монте-Карло в исследованиях по физике высоких энергий.

Цель диссертационной работы:

1) Детальное и систематическое исследование основных характеристик адронных каскадов в калориметрах установок ПИОН, АНИ, АНИ-Макет (высокогорная станция Арагац, 3250м), а также в различных поглотителях - U, Pb, Fe, Al, бетон, аргон и воздух;

2) Исследование возможности оптимального выбора толщины слоя мишени, при заданном числе слоев, позволяющая максимально повысить статистическую точность измерений пробега неупругого взаимодействия адронов высокой энергии.

Автором диссертации конкретно было выполнено следующее:

- Проведено моделирование адронных каскадов при помощи программы MARS10. Результаты сопоставлены с разными калориметрическими экспериментальными данными, полученными на ускорителях и в космических лучах, и получено хорошее согласие.

- В энергетическом интервале 0.3-20ТэВ детально исследованы средние характеристики адронных каскадов, инициированные протонами, нейтронами и пионами в калориметре ПИОН.

- В энергетическом интервале 1-100ТэВ промоделированы протонные ливни в калориметрах АНИ и АНИ-Макет. Исследованы средние характеристики адронных каскадов и некоторые особенности этих экспериментальных установок. В этом же энергетическом интервале проведено трехмерное моделирование протонного ливня в атмосфере вплоть до глубины сцинтилляционного ковра (0.15г/см^2) и вычислено полное энерговыделение и транзитное распределение энерговыделения в нем.

- В энергетическом интервале 0.1-20ТэВ промоделированы и исследованы

средние характеристики адронных каскадов в поглотителях из U, Pb, Fe и Al.

- Исследована статистическая точность оценки пробега неупругого взаимодействия адронов высокой энергии по распределению точек взаимодействия в идеализированном случае бесконечной "непрерывной" мишени и в случае слоистой мишени.

Научная новизна. Впервые детально промоделировано трехмерное развитие адронных каскадов в калориметрах установок ПИОН, АНИ, АНИ-Макет при помощи программы MARS10. Получены параметризации продольного и поперечного профилей адронных ливней, инициированных протонами, нейтронами и заряженными пионами в калориметре ПИОН. Для поперечного профиля предложена новая параметризация, которая хорошо описывает данные в широком интервале энергий (300ГэВ-20ТэВ) и радиусов (0.5см-150см): Впервые численным моделированием оценен пронос энергии и числа частиц из калориметров установок ПИОН, АНИ, АНИ-Макет. Впервые численным моделированием получены поток и энергетические спектры частиц альбеда (нейтронов, протонов и пионов).

В широком интервале первичной энергии (1ГэВ-100ТэВ) и атомного номера поглотителя (U, Pb, Fe, Al, бетон, аргон, воздух) трехмерно промоделированы адронные каскады и исследованы средние характеристики этих ливней. Для поперечных профилей ШАЛ в сцинтилляционном ковре экспериментального комплекса АНИ получена аппроксимационная формула.

Впервые показана возможность оптимальной сегментации мишени для измерения $\lambda_{\text{п}}$.

Научная и практическая ценность проведенного исследования определяется тем, что

1) Аппроксимационные формулы и параметризации, а также другие результаты цикла работ автора диссертации по моделированию адронных каскадов могут быть использованы при обработке информации с действующих установок (в частности ПИОН-а, АНИ-Макета) и при планировании и оптимизации новых (в частности, экспериментального комплекса АНИ);

2) Выявлены возможности на практике вычислять дисперсию $D(\hat{\lambda})$ и смещение $b(\hat{\lambda})$ ММП-оценок пробега неупругого взаимодействия адронов, используя их аналитические выражения.

Апробация работы. Настоящая диссертация написана на основании работ, выполненных в Отделе космических лучей Ереванского физического института. Работы, вошедшие в диссертацию, докладывались на научных семинарах ЕрФИ, Всесоюзных рабочих совещаниях АНИ, Всесоюзной(1991) и

Международной(1990) конференциях по космическим лучам.

Публикации. По результатам диссертации опубликовано 11 работ (список в конце автореферата).

Объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов и заключения.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении дается краткий обзор современного состояния проблем, затронутых в диссертации, обсуждается их актуальность, научная новизна и практическая ценность проведенных численных и аналитических вычислений. Приводится краткое описание основного содержания диссертации.

В первой главе дан краткий обзор основных характеристик электромагнитных и адронных спектрометров полного поглощения и основных принципов двух подходов (аналогового и весового) моделирования адронных каскадов методом Монте-Карло. Приведены перечень и краткие аннотации ныне находящихся в обиходе Монте-Карловских программ по моделированию электромагнитных и адронных каскадов. Сопоставлены результаты вычислений по программам MARS10, CASIM и FLUKAB2, а также ускорительные данные.

Предварительно была исследована достоверность результатов программы MARS10 в той области энергий, где существует ускорительные данные. Продольное развитие каскада, рассчитанное по MARS10, хорошо согласуется с данными 1) спектрометра CHARM (1, 2, 3, 5, 6ГэВ π^- ; сэндвич: мрамор / алюминий / сцинтиллятор), 2) спектрометра CDHS (10ГэВ π^- ; сэндвич: железо / сцинтиллятор), 3) калориметра HEAO (5, 10, 15ГэВ π^+ ; сэндвич: вольфрам / сцинтиллятор), 4) детектора полного поглощения для нейтринных экспериментов (100, 200, 250ГэВ h^- и 150, 200ГэВ h^+ ; сэндвич: железо / сцинтиллятор). Пространственное развитие ливня (продольное и поперечное) хорошо согласуется с данными РЭК (300ГэВ p, железный поглотитель).

Программа моделирования MARS10 хорошо описывает экспериментальные данные в указанных измерениях.

Во второй главе кратко описан калориметр установки ПИОН и геометрия, в согласии с которой осуществлено моделирование адронных каскадов. Розыгрыш был совершен в цилиндрической геометрии с Z-осью, направленной вниз, с точкой первого взаимодействия в центре верхней поверхности первого железного слоя. Энергетический порог для Монте-Карло был равен 4ГэВ. Число разыгранных каскадов для каждого энергетического интервала - 10000. Тип, энергия и азимутальный угол первичного адрона были

выбраны из измеренных распределений с поправкой на геометрическую эффективность. В адронном потоке протоны составили приблизительно 70%, пионы - 30%.

На рисунке 1 сопоставлены средние продольные профили, измеренные на эксперименте и разыгранные методом Монте-Карло. Эти каскадные кривые нормализованы по максимуму ливня. Из рисунка видно хорошее согласие между экспериментом и расчетом.

Нами вычислялись продольные и поперечные профили ливней для 0.3, 0.5, 1, 2, 5, 10 и 20ТэВ-ных первичных протонов, нейтронов и пионов. Энергетический порог в Монте-Карловских розыгрышах был 100МэВ. Для каждого значения энергии были разыграны 5000 каскадных историй. Первое взаимодействие налетающего адрона принудительно происходило при $Z = 0$.

Продольные профили каскадов, вызванные протонами, нейтронами и пионами с энергиями 0.3, 0.5, 1, 2, 5, 10 и 20ТэВ, представлены на рисунке 2. Из рисунка следует, что в пределах статистических ошибок профили ливней, вызванных протонами, нейтронами и пионами, существенно не отличаются.

Продольные профили ливней были параметризованы следующей функцией:

$$dE/dx = N_L [W_L (x/X_0)^a - 1 e^{-b(x/X_0)} + (1-W_L)(x/\lambda)^{c-1} e^{-d(x/\lambda)}], \quad (1)$$

где N_L - фиксирована условием нормировки

$$\int_0^{\infty} (dE/dx) dx = E_0, \quad (2)$$

которая дает

$$N_L = E_0 [W_L X_0 \Gamma(a)/b^a + (1-W_L) \lambda \Gamma(c)/d^c], \quad (3)$$

где

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} t^{p-1} e^{-t} dt$$

- Гамма функция.

В пределах статистических ошибок значения параметров a, b, c, d и W_L , которые найдены из χ^2 -фита Монте-Карловских точек, не зависят от типа налетающего адрона (протон, нейтрон или пион) и могут быть представлены следующими простыми выражениями, в свою очередь полученными из фита:

$$\begin{aligned} a &= -0.6(\pm 0.2) + 0.8(\pm 0.1) \lg E_0, \\ b &= 0.01(\pm 0.002) \lg E_0, \\ c &= 1.3(\pm 0.2) \lg E_0, \\ d &= 1.2(\pm 0.3) + 0.4(\pm 0.1) \lg E_0, \\ \lg W_L &= 0.9(\pm 0.3) - 1.2(\pm 0.1) \lg E_0. \end{aligned} \quad (4)$$

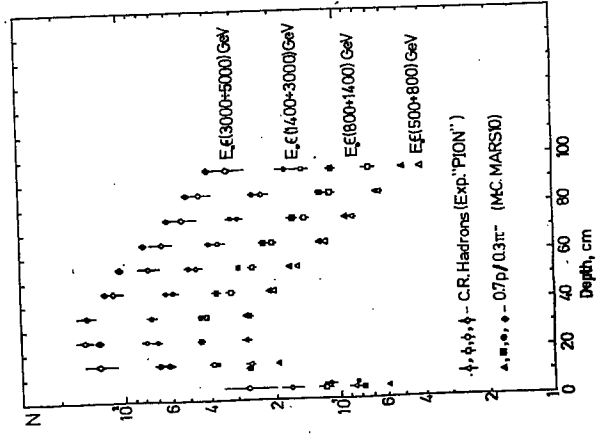


Рис. 1. Зависимость полного поперечно интегрированного энерговыделения от глубины железного поглотителя.

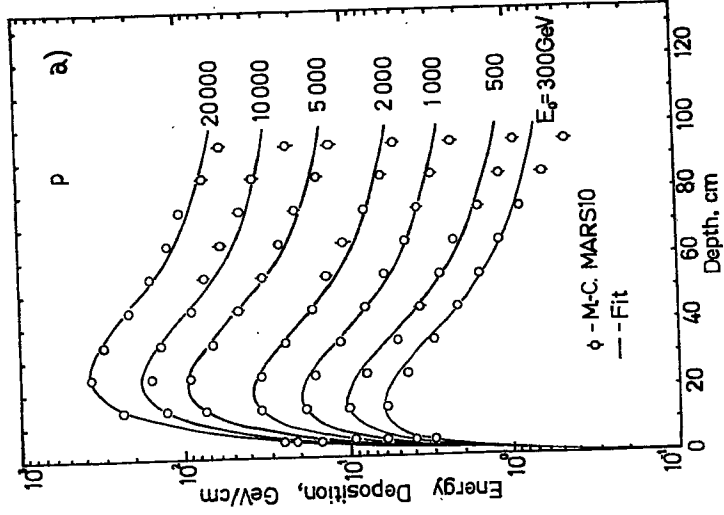


Рис. 2. Продольные профили ливней, вызванных протонами (а), нейтронами (б) и пионами (с).

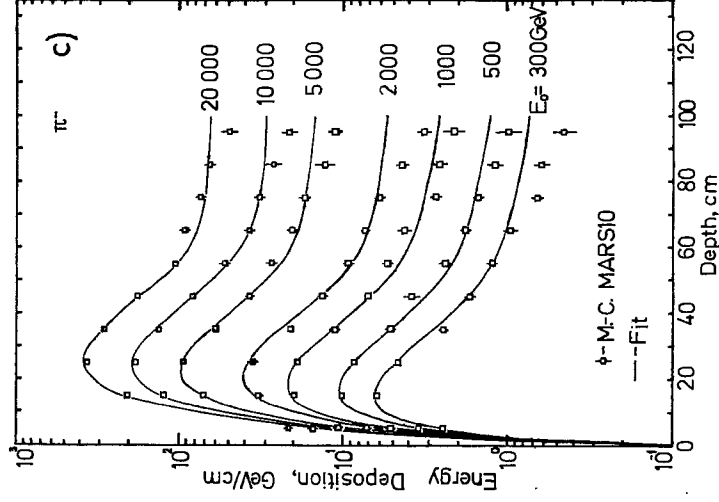
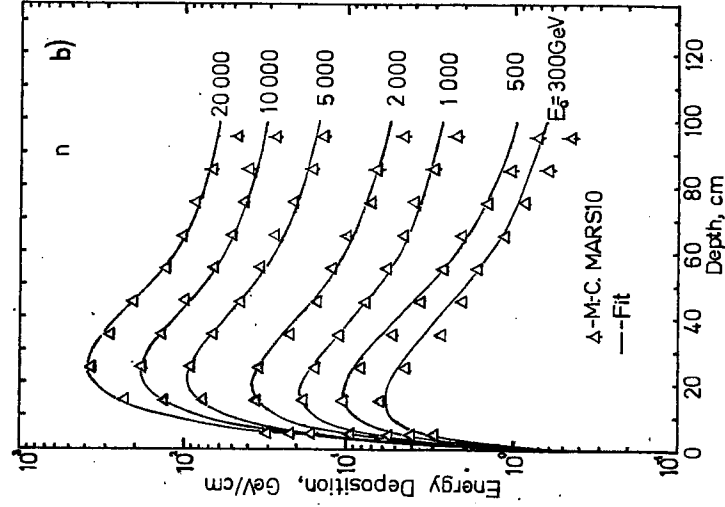


Рис. 2. Продолжение.

Результаты фитирования представлены на рисунке 2.

Поперечные профили ливня были фитированы в виде:

$$f(R) = \frac{1}{E_0} \frac{\Delta E}{\Delta R} = N_T [W_T (p_1/2) e^{-\sqrt{p_1 R}} + (1-W_T) (p_2/2) e^{-\sqrt{p_2 R}}], \quad (6)$$

где R — расстояние от оси ливня, N_T — нормировочный коэффициент, W_T — представляет вес первой слагаемой, p_1, p_2 — параметры формы. Значения N_T, W_T, p_1 и p_2 были найдены из фита Монте-Карловских данных методом наименьших квадратов:

$$\chi^2 = \sum [(1/E_0)(\Delta E/\Delta R) - (1/\Delta R) \int_R^{R+\Delta R} f(R) dR]^2 / \sigma^2. \quad (7)$$

На рисунке 3 представлен некий средний фит поперечных профилей из ряда результатов, полученных согласно выражению (6). Из рисунка 3 видно, что выражение (6) достаточно хорошо описывает поперечные профили ливней.

Нами рассчитаны также энергия, среднее число и энергетический спектр частиц, проскочивших через дно калориметра ПИОН, для ливней, инициированных протонами, нейтронами и пионами. Расчеты показали, что примерно 7-8% каскадной энергии уходит через дно калориметра. Пронос от протонного каскада практически не отличается от нейтронного, который очень мало превосходит пронос от пионного каскада.

Среднее число альbedo частиц (это в основном нейтроны низкой энергии) как функция первичной энергии были рассчитаны при разных значениях энергии обрезания адронов E_{cutoff} . При $E_{cutoff}=100$ МэВ для 1ТэВ-ного протонного ливня число альbedo частиц (n, p, π^\pm) составляет 2.6, для 2ТэВ-ного - 2.7 и для 20ТэВ-ного - 5.4. При $E_{cutoff}=10$ МэВ соответственно получили, что для 1ТэВ-ного протонного ливня только число альbedo нейтронов составляет 8.96, для 2ТэВ-ного - 12.8 и для 20ТэВ-ного - 40.3. Исходя из этих результатов можно заключить, что наблюдаемый поток частиц альbedo очень сильно зависит от энергетического порога обрезания hA-взаимодействия, и, по-видимому, экспериментально наблюдаемый поток частиц альbedo может быть объяснен стандартными процессами взаимодействия без включения кумулятивных явлений.

В третьей главе даются краткие описания экспериментальных установок АНИ, АНИ-Макет. Приводятся описания геометрий, согласно которым промоделированы адронные каскады, в калориметрах АНИ, АНИ-Макет и в атмосфере. Розыгрышы для центрального и АНИ-Макет калориметров выполнены в цилиндрической геометрии с Z-осью, направленной вниз, и с началом первого взаимодействия в центре верхней поверхности калориметра. Энергетический порог - 10 МэВ. Число разыгранных каскадов для

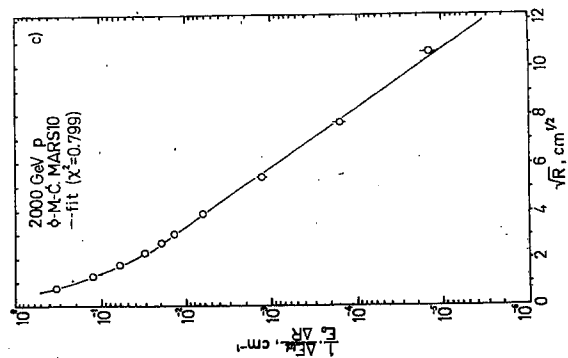


Рис. 3. Продольно интегрированный поперечный профиль ливня. Первичная частица - 2ТэВ-ный протон.

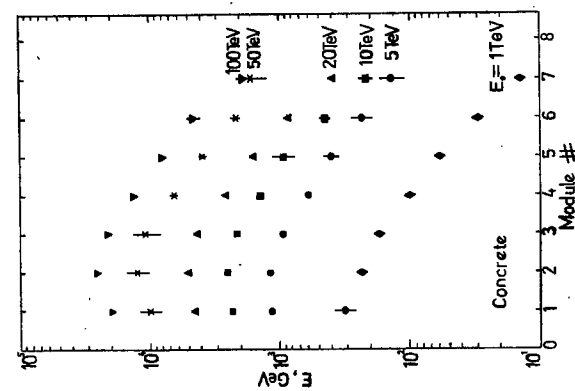


Рис. 4. Средние продольные профили ливней в бетонном поглотителе. E_0 - энергия первичного протона. Энергия обрезания - 10 МэВ, число ливневых историй - 5000.

каждого значения первичной энергии - 5000 для центрального калориметра и 10000 для Макета. Первичная частица - налетающий протон по направлению оси Z. Адронные каскады рассчитаны для 1, 2, 5, 10, 15, 20, 30, 50 и 100ТэВ первичных энергий для центрального калориметра и 0.5, 1, 2, 4, 5, 7, 10, 12, 15, 20, 22 и 30ТэВ для Макета.

Моделирование ливней, генерированных протоном в атмосфере, также было совершено в цилиндрической геометрии с Z-осью, направленной вниз, к центру сцинтилляторного ковра радиусом 500м и толщиной 5см, расположенного на глубине 615г/см² атмосферы. Число каскадных историй для каждой первичной энергии - 5000. Энергия обрезания - 10МэВ. Первичная частица - перпендикулярно налетающий протон с E₀ = 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 15, 20, 50 и 100ТэВ.

Для центрального калориметра в частности были рассчитаны следующие средние характеристики:

Полные поперечно интегрированные энерговыделения в пассивном (бетон) и активном (аргон) слоях калориметра как функция номера модуля ионизационного калориметра, которые представлены на рисунках 4 и 5 соответственно.

Полное энерговыделение в активном поглотителе ионизационного калориметра - измеренная энергия (E_{Ar} = ∑_{i=1}⁷ E_i^{Ar}) как функция от первичной энергии, которое можно фитировать следующей аппроксимационной формулой:

$$E_{Ar}(\text{ГэВ}) = 0.49(\pm 0.02)E_0(\text{ТэВ}), \quad (8)$$

где E₀ (в ТэВ-ах) - энергия первичного протона.

Энергия и среднее число частиц, выбывших через дно калориметра, как функции от первичной энергии, которые можно аппроксимировать следующими формулами:

$$E_{\text{leak}}(\text{ГэВ}) = 18.9(\pm 1.5)E_0(\text{ТэВ}), \quad (9)$$

$$N_{\text{leak}} = 20.1(\pm 1.4)E_0(\text{ТэВ}), \quad (10)$$

где E₀ - первичная энергия. Оценочные значения среднеквадратичных ошибок вычисленных значений в формулах (9) и (10) примерно 20%.

Для калориметра АНИ-Макет в частности были рассчитаны следующие средние характеристики:

Энергетическая зависимость полного энерговыделения в калориметре, которую можно выразить следующим соотношением:

$$E_{\text{tot}} = 0.63(\pm 0.09) \cdot E_0^{0.91(\pm 0.02)}, \quad (E_{\text{tot}} \text{ и } E_0 \text{ в ГэВ-ах}). \quad (11)$$

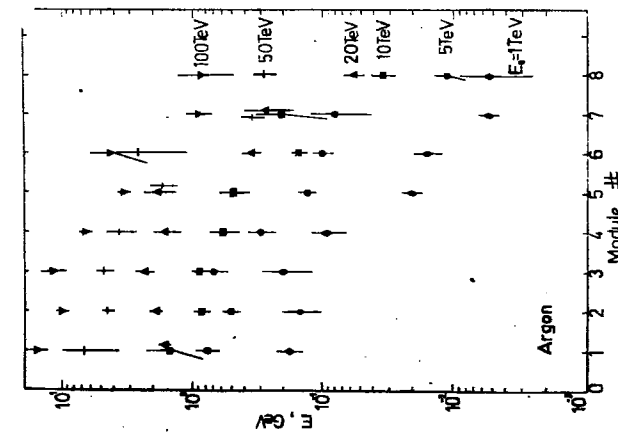


Рис. 5. Средние продольные профили ливней в ионизационных камерах калориметра АНИ для тех же каскадов что и на рис. 4. Перекрывающиеся точки смещены горизонтально.

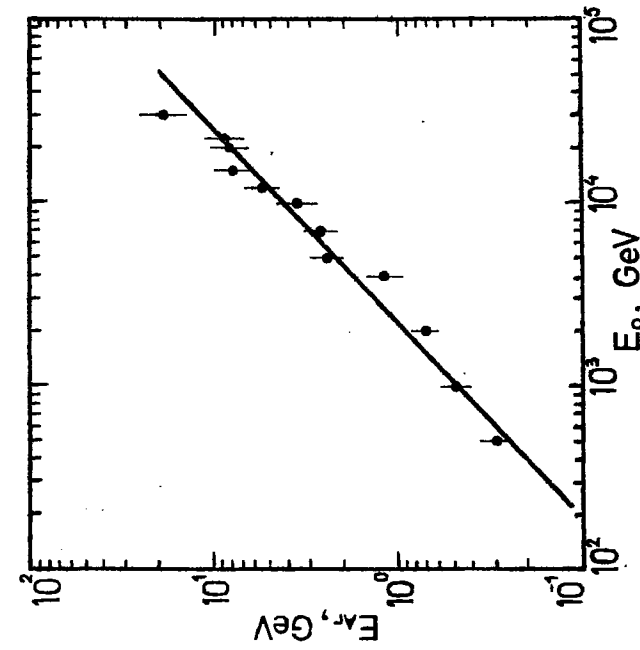


Рис. 6. Зависимость энерговыделения в аргоне от первичной энергии. φ - MARS10, □ - фит (ур. 12).

Энерговыведение в аргонных слоях калориметра ("детектируемая" энергия в ионизационных камерах) как функция от первичной энергии представлено на рисунке 6. Его можно выразить следующим соотношением:

$$E_{Ar}(\text{МэВ}) = 0.5(\pm 0.3) \cdot E_0^{0.96(\pm 0.07)}, \quad (E_0 \text{ в ГэВ-эх}). \quad (12)$$

Отклонение от линейности в уравнениях (11) и (12) - следствие существенного энергетического проноса.

Нормированные поперечные профили ливней в двух аргонных рядах калориметра для ливней, вызванных 0.5, 5 и 20ТэВ-ными протонами, могут быть фитированы следующей экспоненциальной формулой:

$$f(R) = 1/E_{Ar}(\Delta E_{Ar}/\Delta R) = N_T(\rho/2)\exp\{-\sqrt{\rho R}\}, \quad (13)$$

где R - расстояние от оси ливня, E_{Ar} - сумма энерговыведений в двух аргонных слоях, ΔE_{Ar} - энерговыведение внутри кольца $[R, R+\Delta R]$ в двух аргонных слоях, ρ - параметр наклона, N_T - фиксировано условием нормировки:

$$\int_0^{\infty} f(R)dR = E_{Ar}, \quad (14)$$

которая дает:

$$N_T = E_{Ar}. \quad (15)$$

Параметр наклона ρ найден из χ^2 -фита. В пределах ошибок ρ не зависит от энергии и его можно аппроксимировать следующим выражением:

$$\rho = 0.30 \pm 0.04. \quad (16)$$

Формулу (12) можно использовать для калибровки калориметра АНИ-Макет, а также для оценивания первичной энергии при помощи измерения ионизации в активных рядах поглотителя. Формула (13) полезна для оценивания поперечных размеров ливня и для проектирования оптимальной поперечной сегментации калориметра АНИ.

Для адронных ливней в атмосфере были получены следующие основные результаты:

Энерговыведение ШАЛ в сцинтилляторном ковре - E_{sc} как функция от первичной энергии, которую можно фитировать следующей формулой:

$$E_{sc}(\text{МэВ}) = 0.9(+0.2)E_0^{1.2(\pm 0.03)}(\text{ГэВ}), \quad (17)$$

где E_0 - энергия первичного протона.

Нормированные поперечные профили ШАЛ:

$$(1/E_{sc})(\Delta E_{sc}/2\pi R\Delta R),$$

где E_{sc} - полное энерговыведение в сцинтилляторе, ΔE_{sc} - энерговыведение внутри кольца $[R, R+\Delta R]$ в сцинтилляторе, R - расстояние от оси ШАЛ, представленные на рисунке 7. На этом же рисунке приведено сопоставление

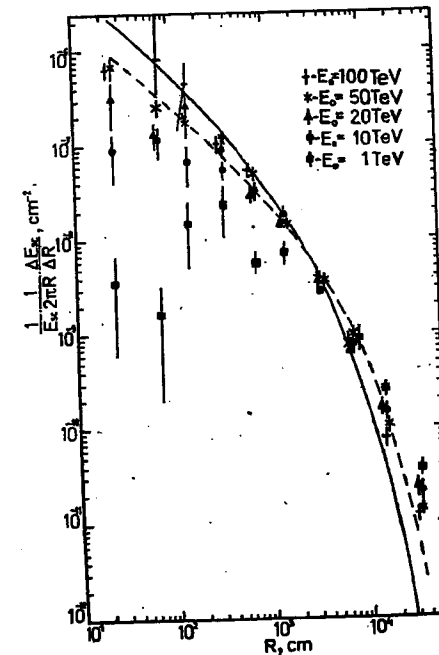


Рис. 7. Нормированное поперечное энерговыведение ШАЛ в сцинтилляторном ковре. \times , $*$, \triangle , \square и \circ - MARS10, сплошная и пунктирная линии - структурная функция Нишимуры-Каматы в Аппроксимации В при $E_0 = 20\text{ТэВ}$ для трех- и одномерных каскадов соответственно.

поперечного профиля 20ТэВ-ного протонного ливня со структурной функцией электромагнитного ливня той же энергии -

$$(1/r_1)^2 f(R/r_1, s),$$

где r_1 - единица Мольер в атмосфере, s - возраст ливня, вычисленный в Аппроксимации В. Структурная функция $f(R/r_1, s)$ вычислена согласно аппроксимационной формуле Нишимуры-Каматы. Как видно из рисунка, и как следовало ожидать, совпадения нет. Таким образом, структурную функцию Нишимуры-Каматы, будучи полученную по электромагнитной каскадной теории, нецелесообразно применять для описания адронных ливней.

Для поглотителей из чистого U, Pb, Fe и Al были рассчитаны следующие средние характеристики:

Продольные и поперечные профили ливней, инициированных протонами с энергией 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 15 и 20ТэВ. Согласно результатам Монте-Карловских вычислений поперечные профили адронных ливней слабо зависят от первичной энергии. Для всех видов моделированных поглотителей наблюдается слабая тенденция суживания ствола ливня с увеличением первичной энергии. Часть первичной энергии, выделенной в круге радиусом $R < R_0$ ($R_0 \approx 0.8, 1, 1.4, 2.8$ см для U, Pb, Fe и Al соответственно) медленно увеличивается с ростом первичной энергии, в то время как для $R > R_0$ она медленно убывает. Кроме того, зависимость поперечных профилей от \sqrt{R} ясно показывает две компоненты ливня - остро коллимированный жесткий остов (центральная часть) и мягкий, широкий хвост.

Энергетическая зависимость компонент энерговыведения (электромагнитного, ионизационного и возбуждения), а также зависимости доли энергии, покидающей поглотитель, от глубины поглотителя.

В четвертой главе рассматривается возможность оптимальной сегментации мишени для измерения пробега неупругого взаимодействия адронов, которую можно оценить, применяя метод максимального правдоподобия (ММП) в отношении числа наблюдаемых частиц, провазимодействовавших в разных рядах мишени.

В начале рассматривается простой случай бесконечной "непрерывной" мишени, которую можно считать предельным случаем длинной слоистой мишени с тонкими слоями. В этом случае глубину первого неупругого взаимодействия внутри мишени можно определить точно. Точки взаимодействия распределены экспоненциально

$$f(x) = \frac{1}{\lambda_0} \exp(-x/\lambda_0), \quad (18)$$

где x - глубина первого взаимодействия, λ_0 - пробег ядерного взаимодействия, который должен быть оценен. ММП - оценка величины λ_0 будет

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (19)$$

где x_i ($i=1, 2, \dots, N$) - измеренные значения величины x .

Пусть $F_N(\hat{\lambda}|\lambda_0)$ - функция распределения оценочных значений при заданных λ_0 и N :

$$F_N(\hat{\lambda}|\lambda_0) = \int_0^\infty \dots \int_0^\infty dx_1 \dots dx_N \frac{1}{\lambda_0} e^{-x_1/\lambda_0} \dots \frac{1}{\lambda_0} e^{-x_N/\lambda_0} \delta\left\{\hat{\lambda} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i\right\}. \quad (20)$$

Подставляя фурье-разложение δ -функции в интеграл (20), нетрудно вычислить среднее значение, дисперсию, асимметрию и эксцесс оценочного значения $\hat{\lambda}$:

$$E(\hat{\lambda}) = \int_0^\infty F_N(\hat{\lambda}|\lambda_0) \hat{\lambda} d\hat{\lambda} = \lambda_0, \quad (21)$$

$$D(\hat{\lambda}) = \int_0^\infty F_N(\hat{\lambda}|\lambda_0) (\hat{\lambda} - \lambda_0)^2 d\hat{\lambda} = \lambda_0^2/N \equiv 1/I_c, \quad (22)$$

$$\gamma_1 = 2/\sqrt{N}, \quad \gamma_2 = 6/\sqrt{N}, \quad (23)$$

где $I_c = N/\lambda_0^2$ - информация Фишера. Из формул (21-23) следует, что оценка (19) - состоятельная, несмещенная и эффективная, и как следствие последнего, относительная ошибка $\hat{\lambda}$

$$\sigma(\hat{\lambda})/\lambda_0 = N^{-1/2} \quad (24)$$

(где $\sigma(\hat{\lambda}) = \sqrt{D(\hat{\lambda})}$ обозначает среднеквадратичное отклонение) является предельно достижимой статистической точностью для N независимых наблюдений.

Затем рассматривается случай, когда мишень состоит из k слоев поглотителя толщиной Δx , а полная толщина мишени $x_0 = k\Delta x$ (мы пренебрегаем толщиной детекторов между поглотителями). Вероятность того, что частица неупруго провазимодействует в i -ом слое мишени, пройдя $i-1$ слоев без взаимодействия, нормированная на полную вероятность неупругого взаимодействия внутри мишени, равна:

$$p_i(\lambda_0) = \exp(-x_i/\lambda_0) \frac{1 - \exp(-\Delta x/\lambda_0)}{1 - \exp(-x_0/\lambda_0)}, \quad (25)$$

где $x_i = (i-1)\Delta x$, $i=1, 2, \dots, k$.¹ Функция правдоподобия имеет вид:

¹ В первом приближении угловое распределение частиц можно учесть заменой $\Delta x \rightarrow \Delta x \langle \sec \theta \rangle$ в последующих формулах (θ - угол падения).

$$L(\lambda) = N! \prod_{i=1}^k p_i^{N_i(\lambda)} / N_i!, \quad (26)$$

где N_i - экспериментально измеренное число взаимодействий, происшедших в i -ом слое мишени, $N = \sum_{i=1}^k N_i$ - полное число взаимодействий внутри мишени. При фиксированном $N = \{N_1, N_2, \dots, N_k\}$ подчиняются полиномиальному распределению.

Разложения дисперсии $D(\hat{\lambda})$ и смещения $b(\hat{\lambda}) = E(\hat{\lambda} - \lambda_0)$ ММП-оценок в ряд по степеням $1/N$ для общего случая, когда функция правдоподобия имеет вид (26), даются следующими выражениями

$$D(\hat{\lambda}) = \frac{1}{NA_1} + O(N^{-2}), \quad (27)$$

$$b(\hat{\lambda}) = -\frac{B_1}{2NA_1^2} + O(N^{-2}), \quad (28)$$

где

$$A_1 = \sum_{i=1}^k \frac{1}{p_i} \left(\frac{\partial p_i}{\partial \lambda_0} \right)^2, \quad B_1 = \sum_{i=1}^k \frac{1}{p_i} \frac{\partial p_i}{\partial \lambda_0} \frac{\partial^2 p_i}{\partial \lambda_0^2}. \quad (29)$$

Подставляя значения p_i из (25) в (27-29) и пренебрегая членами $O(N^{-2})$, получим

$$\sqrt{N} \sigma(\hat{\lambda}) / \lambda_0 = \left[\left(\frac{\Delta Z}{\text{sh} \Delta Z} \right)^2 - \left(\frac{Z_0}{\text{sh} Z_0} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (30)$$

$$Nb(\hat{\lambda}) / \lambda_0 = \frac{\left(\frac{\Delta Z}{\text{sh} \Delta Z} \right)^2 (1 - \Delta Z \text{cth} \Delta Z) - \left(\frac{Z_0}{\text{sh} Z_0} \right)^2 (1 - Z_0 \text{cth} Z_0)}{\left[\left(\frac{\Delta Z}{\text{sh} \Delta Z} \right)^2 - \left(\frac{Z_0}{\text{sh} Z_0} \right)^2 \right]^2}, \quad (31)$$

где введены безразмерные параметры $\Delta Z = \Delta x / 2\lambda_0$ и $Z_0 = x_0 / 2\lambda_0$.

На рисунках 8 и 9 представлены зависимости $\sqrt{N} \sigma(\hat{\lambda}) / \lambda_0$ и $Nb(\hat{\lambda}) / \lambda_0$ от ΔZ (т.е. от Δx в единицах $2\lambda_0$), вычисленные по формулам (30-31), для различных значений k . Из этих рисунков видно, что:

1) $\sqrt{N} \sigma(\hat{\lambda}) / \lambda_0 > 1$ для всех k и ΔZ , а смещение $b(\hat{\lambda}) \neq 0$ в отличие от идеального случая. ММП - оценка является лишь асимптотически несмещенной и эффективной;

2) при заданном k , $\sqrt{N} \sigma(\hat{\lambda}) / \lambda_0$ и $N|b(\hat{\lambda})| / \lambda_0$ имеют довольно широкий

² $NA_1 \equiv E[(\partial \ln L / \partial \lambda_0)^2]$ - информация Фишера.

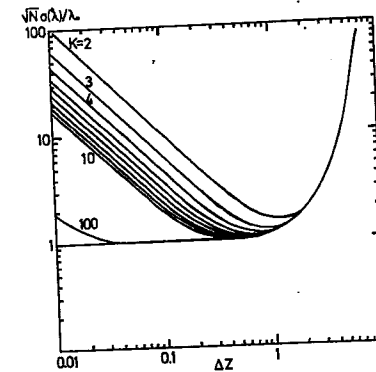


Рис. 8. Зависимость приведенной относительной ошибки $\sqrt{N} \sigma(\hat{\lambda}) / \lambda_0$ измерения λ от $\Delta Z = \Delta x / 2\lambda_0$. Цифры у кривых - число слоев мишени.

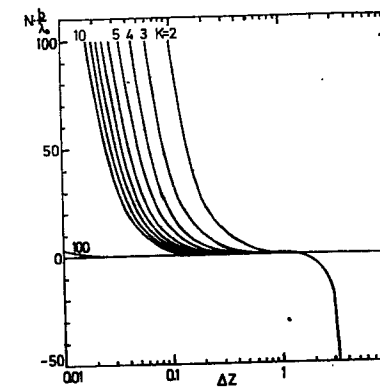


Рис. 9. Зависимость приведенного относительного смещения $Nb(\hat{\lambda}) / \lambda_0$ от $\Delta Z = \Delta x / 2\lambda_0$. Цифры у кривых - число слоев мишени.

минимум, то есть возможен оптимальный выбор толщины слоя - $\Delta x = \Delta x^*(k)$, при котором дисперсия и смещение оценки минимальны.

Можно очень легко проверить, используя уравнения (30) и (31), что для $\Delta x = \Delta x^*(k)$ (т. е. при $\frac{\partial}{\partial \Delta Z} [\sqrt{N} \sigma(\lambda)/\lambda_0] = 0$) правая часть ур. (31) равна нулю.

Следовательно, для оптимально сегментированной мишени $b(\hat{\lambda})/\lambda_0 = O(N^{-2})$.

Для оптимального выбора Δx значение λ_0 должно быть известным. Если нет априорной информации о величине λ_0 (теоретической и/или экспериментальной), нужно сначала провести предварительные измерения с произвольно выбранным Δx .

Соотношения (30-31) справедливы только асимптотически - при $N \gg 1$. Моделирование методом Монте-Карло показало, что асимптотические значения достигаются при $N \lesssim (1+10)/p_k$.

Выражения для $D(\hat{\lambda})$ и $b(\hat{\lambda})$ могут быть использованы на практике для вычисления дисперсии и смещения ММП-оценок. Для этого в (30-31), конечно, необходимо подставлять оценочное значение вместо λ_0 .

В заключении сформулированы основные результаты и выводы Монте-Карловских вычислений и аналитических расчетов, которые **выносятся на защиту**:

I. Проведено моделирование адронных каскадов в области энергий 1-300 ГэВ при помощи программы MARS 10.

Предварительно была исследована правильность ее результатов в той области энергий, где существует ускорительные данные. Пространственное развитие адронного ливня (продольное и поперечное), рассчитанное по MARS 10, хорошо согласуется с мировыми ускорительными данными.

II. Впервые детально промоделировано трехмерное развитие адронных каскадов в области энергий 0.5-5.0 ТэВ в калориметре установки ПИОН.

1) Впервые трехмерным численным моделированием получены продольные и поперечные профили адронных каскадов в калориметре ПИОН. Продольные энерговыделения сопоставлены с результатами эксперимента, и получено хорошее согласие.

2) Исследованы средние характеристики адронных ливней, инициированных 0.3, 0.5, 1, 2, 5, 10 и 20 ТэВ-ными первичными протонами, нейтронами и заряженными пионами в калориметре ПИОН. Показано, что средние характеристики адронных каскадов, инициированных протонами и нейтронами одинаковой энергии, практически не отличаются. Пионный каскад чуть выше вблизи максимума и чуть ниже за максимумом по сравнению с

нуклонным каскадам.

3) Отпараметризованы продольные и поперечные ливневые профили.

4) Для поперечного профиля предложен новый ансац, который хорошо описывает данные в широком интервале энергий (300 ГэВ ÷ 20 ТэВ) и радиусов (0.5 см ÷ 150 см). Согласно результатам Монте-Карловских вычислений поперечные профили адронных ливней слабо зависят от первичной энергии.

5) Впервые численным трехмерным моделированием получены поток и энергетические спектры проскочивших вперед нейтронов, протонов и пионов, а также альbedo нейтронов из калориметра ПИОН. Показано, что поток частиц альbedo очень сильно зависит от энергии обрезания адронов, заложенной в Монте-Карловскую программу.

III. Исследованы процессы регистрации адронных каскадов с энергией 0.1 ÷ 100 ТэВ на комплексе АНИ.

1) Смоделированы адронные ливни, инициированные 1, 5, 10, 20, 50 и 100 ТэВ-ными протонами, налетающими на центральную часть экспериментального комплекса АНИ.

2) Получены энерговыделения в пассивном (бетон) и активном (аргон) поглотителях. Получена линейная параметризация энерговыделения в активном поглотителе ионизационного калориметра как функция от первичной энергии.

3) Оценен пронос из калориметра АНИ. Получены линейные параметризации энергетических зависимостей энергии проноса и числа проскочивших частиц.

4) Смоделированы адронные ливни; инициированные 0.5, 1, 2, 4, 5, 10, 12, 15, 20, 22 и 30 ТэВ-ными протонами, налетающими на калориметр установки АНИ-Макет. Рассчитано энерговыделение (продольное и поперечное) для этих ливней. Оценен пронос из калориметра АНИ-Макет.

5) Рассчитана "детектируемая" энергия в ионизационных камерах калориметра АНИ-Макет. Она фитируется степенной функцией. Отклонение от линейности - следствие существенного энергетического проноса.

6) Для 0.5, 5 и 20 ТэВ-ных первичных энергий получены и отпараметризованы поперечные профили ливней в двух аргоновых рядах калориметра АНИ-Макет.

7) Проведено трехмерное моделирование адронных ливней в атмосфере. Исследованы средние характеристики этих ливней, инициированных протонами в энергетическом интервале 0.1 ÷ 100 ТэВ.

8) Получено распределение энерговыделения ШАЛ в сцинтилляторном

ковре экспериментального комплекса АНИ, расположенном на глубине 615г/см² атмосферы, в интервале энергий $\sim 1 \div 100$ ТэВ. Проведено сопоставление приведенного профиля ШАЛ, вызванного 20ТэВ-ным протоном, с поперечной структурной функцией Нишимуры-Каматы для этой же первичной энергии.

9) Проведено трехмерное моделирование адронных ливней, инициированных 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 15 и 20ТэВ-ными протонами, налетающими на мишени из U, Pb, Fe и Al. Исследованы средние характеристики этих каскадов.

IV. Исследована статистическая точность оценки пробега неупругого взаимодействия адронов высокой энергии по распределению точек первого взаимодействия в двух видах мишени:

а) в идеализированной бесконечной "непрерывной" мишени;

б) в слоистой мишени, состоящей из чередующихся рядов поглотителя и детекторов.

1) Получены аналитические выражения дисперсии $D(\hat{\lambda}) = \sigma^2(\hat{\lambda})$ и смещения $b(\hat{\lambda}) = E(\hat{\lambda} - \lambda_0)$ ММП-оценок пробега неупругого взаимодействия для обеих мишеней.

2) Показано, что

а) в случае бесконечной "непрерывной" мишени оценка $\hat{\lambda}$ является предельно достижимой статистической точностью для N независимых наблюдений;

б) в случае слоистой мишени при заданном числе ее слоев приведенная относительная ошибка $\sqrt{N} \sigma(\hat{\lambda})/\lambda_0$ и приведенное относительное смещение $N|b(\hat{\lambda})|/\lambda_0$ имеют довольно широкий минимум, т.е. возможен оптимальный выбор толщины слоя, при котором дисперсия и смещение оценки $\hat{\lambda}$ минимальны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ts. A. Amatuni and Kh. N. Sanossyan, Optimum Segmentation of a Target for Nuclear Interaction Length Measurements, Preprint YPI-824(51)-85, Yerevan, 1985.

2. Ts. A. Amatuni and Kh. N. Sanossyan, Optimum Segmentation of a Target for Nuclear Interaction Length Measurements, Nucl. Instr. and Meth. A260 (1987) 463-468.

3. Ts. A. Amatuni, E. A. Mamidjanyan and Kh. N. Sanossyan, Monte-carlo Simulation of Hadronic Showers. Part 1: Comparison with

Experiment, Preprint YPI-1381(11)-92, Yerevan, 1992.

4. Ts. A. Amatuni, E. A. Mamidjanyan and Kh. N. Sanossyan, Monte-carlo Simulation of Hadronic Showers. Part 2: The PION Calorimeter, Preprint YPI-1382(12)-92, Yerevan, 1992.

5. Ts. A. Amatuni, E. A. Mamidjanyan and Kh. N. Sanossyan, Monte-carlo Simulation of Hadronic Showers. Part 3: The ANI-Prototype Calorimeter, Preprint YPI-1383(13)-92, Yerevan, 1992.

6. Ts. A. Amatuni, E. A. Mamidjanyan and Kh. N. Sanossyan, Monte-carlo Simulation of Hadronic Showers. Part 4: The ANI Calorimeter, Preprint YPI-1384(14)-92, Yerevan, 1992.

7. Ts. A. Amatuni, E. A. Mamidjanyan and Kh. N. Sanossyan, Monte-carlo Simulation of Hadronic Showers. Part 5: Simulations in the Atmosphere, Preprint YPI-1385(15)-92, Yerevan, 1992.

8. Ts. A. Amatuni, E. A. Mamidjanyan and Kh. N. Sanossyan, Monte-carlo Simulation of Hadronic Showers. Part 6: Simulations for U, Pb, Fe and Al Absorbers, Preprint YPI-1386(16)-92, Yerevan, 1992.

9. Ts. A. Amatuni, E. A. Mamidjanyan and Kh. N. Sanossyan, Monte-carlo Simulation of Hadronic Showers by the MARS10 Code and Comparison with Experiment, Nucl. Instr. and Meth. A... (1993) (in press).

10. Ts. A. Amatuni, E. A. Mamidjanyan and Kh. N. Sanossyan, Monte-carlo Simulation of Hadronic Showers in the PION Calorimeter, Nucl. Instr. and Meth. A... (1993) (in press).

11. Ts. A. Amatuni, E. A. Mamidjanyan and Kh. N. Sanossyan, Monte-carlo Simulation of Hadronic Showers Related to Work at the ANI Facility, Nucl. Instr. and Meth. A... (1993) (in press).